TẠP CHÍ KHOA HỌC
Khoa học Tự nhiên và Công nghệ

Nguyên Thanh Lâm (2022)
(26): 16- 23

SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP SỐ PHỨC ĐỂ GIẢI MỘT SÔ BÀI TOÁN VỀ DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU

Nguyễn Thanh Lâm
Trường Đại học Tây Bắc

Tóm tắt: *Trong bài báo này, chúng tôi sẽ vận dụng các kiến thức về số phức để giải một số bài toán về dòng điện xoay chiều, các kết quả của bài báo sẽ là tài liệu hữu ích cho những người quan tâm đến vấn đề này. Ngoài ra, chúng tôi cũng đề cập đến một số bài toán về mạch điện R, L, C mắc song song - đây là dạng bài toán không được đề cập đến trong chương trình vật lý trung học phổ thông.*

Từ khóa: *Số phức, dòng điện xoay chiều, mạch điện mắc nối tiếp, mạch điện mắc song song*

I. ĐẶT VẤN ĐỀ

Trong chương trình vật lý lớp 12 trung học phổ thông (THPT) thì phần dòng điện xoay chiều chiếm một tỉ trọng tương đối lớn (gần bằng 50% số tiết của học kỳ 1) [1], không những vậy, trong các đề thi THPT Quốc gia trong những năm gần đây thì phần dòng điện xoay chiều thường chiếm tỉ lệ từ 20 đến 25% (tương đương từ 6 đến 10 câu/tổng số 40 câu) [2][3][4][5]. Vì vậy, đây là một trong những nội dung rất quan trọng mà giáo viên (GV) và học sinh (HS) quan tâm rất nhiều.

Khi giải những bài toán về phần này thì trong chương trình thường đề cập đến hai phương pháp: phương pháp lượng giác, phương pháp hình học (giản đồ Fresnel). Ưu điểm của các phương pháp này là: Áp dụng đối với những bài toán đơn giản, dễ tính toán; nhưng hạn chế là: khó áp dụng đối với các bài toán phức tạp, HS phải ghi nhớ, vận dụng nhiều kiến thức liên môn, khó tính toán bằng máy tính bỏ túi…

Trong chương trình đào tạo cử nhân Sư phạm Vật lý, học phần Kỹ thuật điện có đề cập đến phương pháp số phức để giải một số bài toán về mạch điện, nhưng lại giới hạn về đoạn mạch mắc song song. Hiện nay, qua tìm hiểu của chúng tôi chưa có một tài liệu chính thống hoặc một bài báo đề cập đến vấn đề này. Thứ nhất, chương "Số phức" được phân phối trong chương trình đại số học kỳ 2 lớp 12, trong khi chương "Dòng điện xoay chiều" được phân phối ở học 1 chương trình vật lý lớp 12. Thứ hai, để áp dụng phương pháp số phức GV phải nghiên cứu lại kiến thức, hướng dẫn HS tìm hiểu kiến thức mới, tăng thời lượng môn học…Chính vì lý do đó nên các GV hầu như không áp dụng phương pháp này. Tuy nhiên, chúng tôi nhận thấy phương pháp số phức là một phương pháp đơn giản và cho kết quả có độ chính xác cao, đặc biệt là đối với những mạch điện phức tạp. Với phương pháp này người học sẽ không phải phân tích mạch điện mà vẫn giải được bài tập và việc giải bài tập trở nên đơn giản hơn.

II. NỘI DUNG

1. Số phức

Xét tập hợp các cặp số thực (x,y) lấy theo một thứ tự xác định. Cặp số thực này có thể coi như một vectơ trong mặt phẳng Descartes vuông góc xOy. Mỗi cặp số thực trên được gọi là một số phức và mặt phẳng Descartes xOy được gọi là mặt phẳng số phức. Như vậy là giữa tập hợp các số phức (x,y) và tập hợp các điểm z của mặt phẳng xOy có sự liên hệtập hợp các điểm z có sự liên hệ một đối một, do đó ta có thể viết đẳng thức: z = (x,y)

Trong thành phần của số phức z = (x,y), x được gọi là phần thực, y được gọi là phần ảo.

Kí hiệu: $\begin{cases} x = \operatorname{Re} z \\ y = \operatorname{Im} z \end{cases}$

- $z_1 = (x_1, y_1)$ và $z_2 = (x_2, y_2)$ được coi là bằng nhau nếu $x_1 = x_2; y_1 = y_2$

- Số phức dạng $z = (x, 0)$ nghĩa là số phức có thành phần ảo bằng 0 được coi như trùng với số thực x và điểm tương ứng của nó trên mặt phẳng xOy nằm trên trục hoành. Trên cơ sở đó trục hoành của mặt phẳng Descartes xOy còn gọi là trục thực.

- Số phức dạng $z = (0, y)$ nghĩa là số phức có thành phần thực bằng 0, ứng với một điểm nào đó nằm trên trục tung được gọi là trục ảo.

- Hai số phức $z_1 = (x, y)$ và $z_1 = (x, -y)$ ứng với hai điểm đối xứng nhau đối với trục thực đươc gọi là hai số phức liên hợp. Ký hiệu:

$(x, -y) = \overline{(x, y)}$

Chú ý: Hai số phức liên hợp bằng nhau khi chúng đều là số thực.

1.1. Dạng đại số của số phức

Mỗi biểu thức a + jb, trong đó a, b $\in \mathbb{R}$; j^2 = -1 được gọi là một số phức (*trong các tài liệu toán học ký hiệu là a + bi, để tránh nhầm lẫn với ký hiệu dòng điện i nên trong bài báo này chúng tôi ký hiệu là j*)

Đối với số phức z = a + jb, ta nói a là phần thực, b là phần ảo của z, j là đơn vị ảo

Ngoài ra, dạng đại số còn có thể được biểu diễn dưới dạng:

$z = r\cos\varphi + jr\sin\varphi$

Trong đó: r = độ lớn (module) của z; φ = pha ban đầu (acgumen) của z

1.2. Dạng mũ của số phức

Về hình học, một số phức z được xác định hoàn toàn bởi hai đại lượng là r và φ. Chúng được gọi là toạ độ cực của số phức z.

Kí hiệu: $\begin{cases} r = |z| \\ \varphi = \arg z \end{cases}$

Chú ý: Môđun của số phức được xác định duy nhất còn acgumen được xác định sai khác một bội của 2π.

Với $z \neq 0$, trong các giá trị của acgumen, có một giá trị duy nhất nằm giữa $-\pi$ và π ta gọi đó là giá trị chính và kí hiệu là argz: $-\pi \leq \arg z \leq \pi$

Như vậy $\operatorname{Arg} z = \arg z + 2k\pi$ ($k = 0; \pm 1; \pm 2...$)

Ta có: $z = r\cos\varphi + jr\sin\varphi$

Áp dụng công thức Euler: $e^{j\varphi} = \cos\varphi + j\sin\varphi$

Số phức z còn được viết dưới dạng: $z = r.e^{j\varphi}$ hoặc $\dot{z} = z\angle\varphi$

Ngoài ra, số phức biểu diễn các đại lượng hình sin được ký hiệu bằng chữ in hoa, có dấu chấm ở trên: $\dot{I} = I.e^{j\varphi_i}$; $\dot{U} = U.e^{j\varphi_u}$ hay $\dot{I} = I\angle\varphi_i$; $\dot{U} = U\angle\varphi_u$

Ví dụ:

Dòng điện $i = 10\sqrt{2}\sin(\omega t - 30^o)$ (A) được biểu diễn bằng số phức $\dot{I} = 10.e^{-j30^o}$ (A) hay $\dot{I} = 10\angle -30^o$ (A)

1.3. Các phép toán trên tập hợp số phức **[Tr38, 6]**

1.3.1. Phép cộng, trừ

Phép cộng, trừ hai số phức được thực hiện theo quy tắc cộng, trừ đa thức (coi j là biến). Tức là: Khi thực hiện phép cộng (trừ) các số phức ta nên đưa số phức về dạng đại số, rồi cộng (trừ) phần thực với phần thực, phần ảo với phần ảo.

Xét hai số phức: $z_1 = a + jb$ và $z_2 = c + jd$, ta có:

$$z_1 + z_2 = (a + c) + j(b + d)$$

$$z_1 - z_2 = (a - c) + j(b - d)$$

1.3.2. Phép nhân, chia

Khi phải nhân, chia ta nên đưa về dạng mũ: Nhân (chia) hai số phức với nhau, ta nhân (chia) module, còn acgumen thì cộng (trừ) cho nhau

Xét hai số phức: $z_1 = A.e^{j\varphi_1}$ và $z_2 = B.e^{j\varphi_2}$, ta có:

$$z_1.z_2 = (A.B).e^{j(\varphi_1+\varphi_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{A}{B}\right)\cdot e^{j(\varphi_1-\varphi_2)}$$

Ta cũng có thể thực hiện phép nhân, chia hai số phức dưới dạng đại số một cách bình thường.

Xét hai số phức: $z_1 = a + jb$ và $z_2 = c + jd$

Phép nhân:

$$z_1.z_2 = (a + jb)(c + jd) = (ac - bd) + j(bc + ad)$$

Phép chia: Ta nhân cả tử và mẫu với số liên hợp phức của mẫu số

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(a+jb)}{(c+jd)} = \frac{(a+jb)(c-jd)}{(c+jd)(c-jd)} = \frac{(ac+bd)+j(bc-ad)}{c^2+d^2}$$

1.3.3. Nhân số phức với $e^{\pm j\alpha}$

Giả sử ta có số phức: $z = A.e^{\pm j\varphi}$

Ta có: $z = A.e^{\pm j\varphi}.e^{\pm j\alpha} = A.e^{\pm j(\varphi\pm\alpha)}$

Tức là khi nhân một số phức với $e^{j\alpha}$ ta quay véc tơ biểu diễn số phức ấy đi một góc α ngược chiều quy kim đồng hồ.

Khi nhân số phức với $e^{-j\alpha}$ ta quay véc tơ biểu diễn số phức ấy đi một góc α cùng chiều kim đồng hồ.

1.3.4. Nhân số phức với $\pm j$

Theo công thức Euler:

$$e^{j\frac{\pi}{2}} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = j$$

$$e^{-j\frac{\pi}{2}} = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + j\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -j$$

Như vậy khi nhân một số phức với j ta quay véctơ biểu diễn số phức đó đi một góc $\frac{\pi}{2}$ ngược chiều quay kim đồng hồ. Ngược lại, khi nhân với (-j) ta quay véc tơ đó đi một góc $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ cùng chiều kim đồng hồ.

1.3.5. Biểu diễn đạo hàm $\frac{di}{dt}$

Nếu $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$ được biểu diễn bằng số phức $\dot{I}$

Thì $\frac{di}{dt} = I\sqrt{2}\omega\cos\omega t = I\sqrt{2}\omega\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$

Vậy: $\frac{di}{dt}$ sẽ được biểu diễn là $j\omega\dot{I}$

1.3.6. Biểu diễn tích phân $\int idt$

Nếu $i = I\sqrt{2}\sin\omega t$ được biểu diễn bằng số phức $\dot{I}$

Thì $\int_0^t idt = -\sqrt{2}\frac{I}{\omega}\cos\omega t = \sqrt{2}\frac{I}{\omega}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

Vậy: $\int_0^t idt$ sẽ được biểu diễn là $\frac{\dot{I}}{j\omega}$

1.3.7. Biểu diễn các định luật Kirchhoff (Kiếchốp) dưới dạng phức

- Định luật 1: Từ biểu thức $\sum i = 0 \Rightarrow \sum \dot{I} = 0$
- Định luật 2: Đối với đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, ta có:

$$u = u_R + u_L + u_C = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$$

Vì dòng điện và điện áp trên các phần tử là các đại lượng sin cùng tần số nên ta có thể biểu diễn dưới dạng số phức:

$$\dot{U} = R\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C} = \left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]\dot{I} = \overline{Z}\dot{I}$$

Trong đó:

$\overline{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j(X_L - X_C)$ gọi là tổng trở phức của mạch điện.

Vậy ta có: $\sum \dot{U} = \sum \dot{E}$ hay $\sum \dot{I}\overline{Z} = \sum \dot{E}$

2. Cách lập sơ đồ mạch điện phức

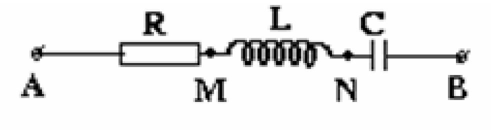
Trong trường hợp sơ đồ mạch đã cho dạng tức thời phải tìm sơ đồ phức tương đương (đại số hóa sơ đồ mạch) ta thực hiện như sau:

- Điện trở R khi chuyển sang sơ đồ phức được giữ nguyên.

- Điện cảm L khi chuyển sang sơ đồ phức được thay bằng $j\omega L = jX_L$
- Điện dung C khi phức hóa được thay bằng $\frac{1}{j\omega C} = jX_C$
- Suất điện động e(t) khi chuyển sang sơ đồ phức đực thay bằng $\dot{E}$
- Giữ nguyên kết cấu của mạch.

3. Ví dụ

Ví dụ 1: Đặt điện áp $u = 220\sqrt{2}\cos(100\pi t)$ V vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp (Hình 1) gồm điện trở R = 100 Ω, tụ điện có $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$ F và cuộn cảm thuần có $L = \frac{1}{\pi}$ H. Biểu thức cường độ dòng điện trong đoạn mạch là:



(Hình 1)

A. $i = 2,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ A

B. $i = 2,2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ A

C. $i = 2,2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$ A

D. $i = 2,2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$ A

Hướng dẫn

Ta có:

$$\overline{Z} = 100 + j\left(100\pi\cdot\frac{1}{\pi} - \frac{1}{100\pi\cdot\frac{10^{-4}}{2\pi}}\right)$$

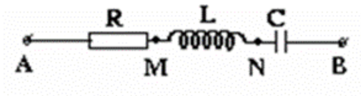
Hay $\overline{Z} = 100 - j100 = 100\sqrt{2}\angle -45^o\ (\Omega)$

Áp dụng Định luật Ohm:

$$\dot{I}_o = \frac{\dot{U}_o}{\overline{Z}} = \frac{220\sqrt{2}\angle 0^o}{100\sqrt{2}\angle -45^o} = 2,2\angle 45^o\ (A)$$

Vậy $i = 2,2\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$. Đáp án C

Ví dụ 2: Cho mạch điện xoay chiều gồm ba phần tử mắc nối tiếp với nhau (Hình 2), điện trở thuần $R = 8(\Omega)$ Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm $L = \frac{1}{80\pi}(H)$, một tụ điện có điện dung $C = \frac{10^{-4}}{8\pi}(F)$. Đặt vào hai đầu doạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức $u = 34\sqrt{2}\sin(2000\pi t)(V)$



(Hình 2)

1. Tìm biểu thức cường độ dòng điện tức thời trong mạch.
2. Viết biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở, hai đầu cuộn cảm và hai đầu tụ điện.

Hướng dẫn

1. Theo bài ra ta có: $\dot{U}_{AB} = 34\angle 0^o(V)$

$$X_L = \omega L = 2000\pi.\frac{1}{80\pi} = 25(\Omega)$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2000\pi.\frac{10^{-4}}{8\pi}} = 40(\Omega)$$

Tổng trở phức của đoạn mạch:

$\overline{Z}_{AB} = 8 + j(25-40) = 8 - j15 = 17\angle -62^o\ (\Omega)$

Dòng điện hiệu dụng phức trong mạch:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\overline{Z}_{AB}} = \frac{34\angle 0^o}{17\angle -62} = 2\angle 62^o\ (A)$$

Vậy biểu thức cường độ dòng tức thời trong mạch là: $i = 2\sqrt{2}\sin\left(2000\pi t + \frac{62\pi}{180}\right)(A)$

2. Ta có:

+ Hiệu điện thế hiệu dụng phức giữa hai đầu điện trở: $\dot{U}_R = \dot{I}_{AB}R = 2\angle 62^o.8 = 16\angle 62^o(V)$

Vậy biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu điện trở là:

$$u_R = 16\sqrt{2}\sin(2000\pi t + \frac{62\pi}{180})(V)$$

+ Hiệu điện thế hiệu dụng phức giữa hai đầu cuộn cảm:

$\dot{U}_L = \dot{I}_{AB}.(jX_L) = 2\angle 62.(j25) = 50\angle 152^o\,(V)$

Vậy biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu cuộn cảm là:

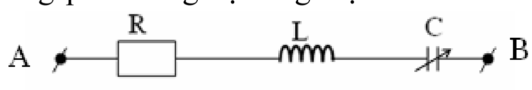
$$u_L = 50\sqrt{2}\sin\left(2000\pi t + \frac{152\pi}{180}\right)(V)$$

+ Hiệu điện thế hiệu dụng phức giữa hai đầu tụ điện:

$\dot{U}_C = \dot{I}_{AB}.(-jX_C) = 2\angle 62.(-j40) = 80\angle -28^o\,(V)$

Vậy biểu thức hiệu điện thế tức thời giữa hai đầu tụ điện là: $u_C = 80\sqrt{2}\sin(2000\pi t - 28^\circ)(V)$

Ví dụ 3: Cho mạch điện như hình vẽ (Hình 3) $R = 50(\Omega)$; $L = \frac{1}{\pi}(H)$. Đặt vào hai đầu mạch điện xoay chiều $u = 220\sqrt{2}\sin(100\pi t)(V)$. Biết tụ điện có thể thay đổi. Tính C để hiệu điện thế cùng pha cường độ dòng điện.



(Hình 3)

Hướng dẫn

Cách 1:

Theo bài ra ta có:

$X_L = \omega L = 100\pi.\frac{1}{\pi} = 100\,(\Omega)$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$

Hiệu điện thế hiệu dụng phức giữa hai đầu đoạn mạch: $\dot{U}_{AB} = 220\angle 0^o\,(V)$

Tổng trở phức của mạch:

$$\bar{Z}_{AB} = R + j(X_L - X_C) = 50 + j\left(100 - \frac{1}{\omega C}\right)$$

Cường độ dòng điện hiệu dụng phức giữa hai đầu đoạn mạch:

$$\dot{I}_{AB} = \frac{\dot{U}_{AB}}{\bar{Z}_{AB}} = \frac{220\angle 0^o}{50 + j(100 - \frac{1}{\omega C})} = \frac{220\angle 0^o}{50 + j(100 - X_C)}$$

Để hiệu điện thế cùng pha với cường độ dòng điện thì $\varphi_{\dot{I}_{AB}} = 0$ (vì $\varphi_{u_{AB}} = 0$)

$\Leftrightarrow j(100 - X_C) = 0$

$\Rightarrow 100 - X_C = 0 \Rightarrow X_C = 100$ Mà $X_C = \frac{1}{\omega C}$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{10^{-4}}{\pi}\,(F)$$

Khi đó mạch xảy ra hiện tượng cộng hưởng.

Cách 2:

Theo bài ra ta có:

$X_L = \omega L = 100\pi\cdot\frac{1}{\pi} = 100\,(\Omega)$; $X_C = \frac{1}{\omega C}$

Để hiệu điện thế cùng pha với dòng điện (xảy ra cộng hưởng) thì: $X_L = X_C = 100\,(\Omega)$

Mà $X_C = \frac{1}{\omega C}$

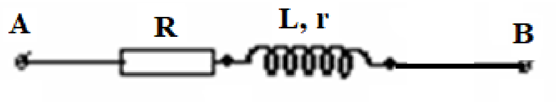
$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{1}{100\pi.100} = \frac{10^{-4}}{\pi}\,(F)$$

Ví dụ 4: Cho một đoạn mạch điện xoay chiều như hình vẽ (Hình 4) gồm cuộn dây có điện trở r, độ tự cảm L mắc nối tiếp với một điện trở thuần $R = 20\,(\Omega)$. Biết hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch và cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức:

$$u = 80\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right)(V)$$

$$i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)(A)$$

Tìm giá trị của r và L.



(Hình 4)

Hướng dẫn

Ta biểu diễn các đại lượng dưới dạng số phức

Hiệu điện thế hiệu dụng phức giữa 2 đầu đoạn mạch là: $\dot{U}_{AB} = \frac{80\sqrt{2}\angle 90^o}{\sqrt{2}} = 80\angle 90^o\,(V)$

Cường độ dòng điện hiệu dụng phức trong mạch: $\dot{I}_{AB} = \frac{2\sqrt{2}\angle 45^o}{\sqrt{2}} = 2\angle 45^o\,(A)$

Tổng trở phức trong mạch là:

$$\bar{Z}=\frac{\dot{U}}{\dot{I}}=\frac{80\angle 90^o}{2\angle 45^o}=20\sqrt{2}+j20\sqrt{2}\ (\Omega) \qquad (1)$$

Mạch đã cho gồm cuộn dây có điện trở trong r và độ tự cảm L mắc nối tiếp với một điện trở R nên ta có: $\bar{Z}=(R+r)+j\omega L$ (2)

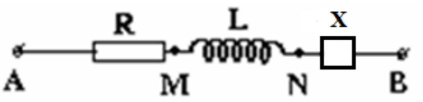
Từ (1) và (2) ta có:

$$\begin{cases} R+r=20\sqrt{2} \\ \omega.L=20\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r=20\sqrt{2}-R \\ L=\dfrac{20\sqrt{2}}{\omega} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r=20\sqrt{2}-20=8,28(\Omega) \\ L=\dfrac{20\sqrt{2}}{100\pi}=\dfrac{\sqrt{2}}{5\pi}(H) \end{cases}$$

Vậy: $r=8,28(\Omega)$; $L=\dfrac{\sqrt{2}}{5\pi}(H)$

Ví dụ 5: Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ (Hình 5):



(Hình 5)

Với $C=\dfrac{10^{-4}}{\pi}(F)$ và $L=\dfrac{2}{\pi}(H)$. Nếu đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều $u_{AB}=200\sqrt{2}.\cos 100\pi t(V)$ thì cường độ dong điện trong mạch là $i=4\sqrt{2}\cos(100\pi t)\ (A)$. X là đoạn mạch gồm hai trong ba phần tử (R_o, L_o(thuần cảm), C_o) mắc nối tiếp. Tìm các phần tử của hộp X và giá trị của chúng.

Hướng dẫn

Ta biểu diễn các đại lượng dưới dạng số phức:

$$\dot{U}_{AB}=\frac{200.\sqrt{2}.e^{j0^o}}{\sqrt{2}}=200\angle 0^o\ (V)$$

$$\dot{I}=\frac{4\sqrt{2}\angle 0^o}{\sqrt{2}}=4\angle 0^o(A)$$

$$X_L=\omega L=100\pi\cdot\frac{2}{\pi}=200(\Omega)$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{100\pi\cdot\frac{10^{-4}}{\pi}}=100(\Omega)$$

Tổng trở phức của đoạn mạch AN:

$$\bar{Z}_{AN}=j(200-100)=j100=100\angle 90^o(\Omega)$$

Hiệu điện thế hiệu dụng phức giữa hai đầu AN:

$$\dot{U}_{AN}=\dot{I}\bar{Z}_{AN}=4\angle 0^o.100\angle 90^o=400\angle 90^o\ (V)$$

Xét đoạn mạch AB ta có: $\dot{U}_{AB}=\dot{U}_{AN}+\dot{U}_{NB}$

$$\Rightarrow \dot{U}_{NB}=\dot{U}_{AB}-\dot{U}_{AN}=200\angle 0^o-400\angle 90^o=$$

$$=200-j400=447,21\angle -63,4^o(V)$$

Tổng trở phức của đoạn mạch NB là:

$$\bar{Z}_{NB}=\frac{\dot{U}_{NB}}{\dot{I}}=\frac{200-j400}{4\angle 0^o}=50-j100\ (\Omega)$$

Từ biểu thức của $\bar{Z}_{NB}$ ta thấy X gồm 2 phần tử là điện trở thuần $R_o=50(\Omega)$ mắc nối tiếp với một tụ điện với $jX_{C_o}=j100\ (\Omega)$

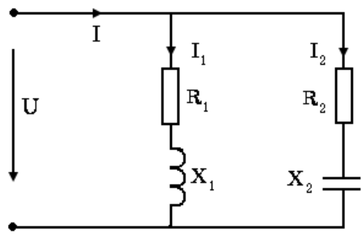
$$\Rightarrow \frac{1}{\omega C_o}=100 \Leftrightarrow C_o=\frac{1}{10^4.\pi}=\frac{10^{-4}}{\pi}(F)$$

Vậy X gồm hai phần tử là điện trở và tụ điện với: $R_o=50\ (\Omega)$ và $C_o=\dfrac{10^{-4}}{\pi}(F)$

Ví dụ 6:

Cho mạch điện mắc song song như hình vẽ (Hình 6). Biết U = 220V, $R_1=10\,\Omega$, $X_1=10\,\Omega$, $R_2=6\,\Omega$, $X_2=8\,\Omega$.

1. Tính dòng điện I_1, I_2 và I.
2. Viết biểu thức tức thời i_1, i_2 và i.
3. Tính P, Q, S, $\cos\varphi$ toàn mạch?



(Hình 6)

Hướng dẫn

a. Tính dòng điện I_1, I_2 và I

Chọn $\dot{U}=U\angle 0^o=220\angle 0^o(V)$

Tổng trở phức nhánh 1:

$$\bar{Z}_1=R_1+jX_1=10+j10=10\sqrt{2}\angle 45^o(\Omega)$$

Dòng điện phức nhánh 1:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\bar{Z}_1} = \frac{220\angle 0^o}{10\sqrt{2}\angle 45^o} = 11\sqrt{2}\angle -45^o \text{ (A)}$$
(1)

Tổng trở phức nhánh 2:

$\bar{Z}_2 = R_2 - jX_2 = 6 - j8 = 10\angle -53^o10'(\Omega)$

Dòng điện phức nhánh 2:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}}{\bar{Z}_2} = \frac{220\angle 0^o}{10\angle -53^o10'} = 22\angle -53^o10' \text{ (A)} \quad (2)$$

Dòng điện tổng:

$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = 25,08\angle 15^o28'$ (A)

(3)

2. Viết biểu thức tức thời i_1, i_2 và i

Từ (1) ta có: Dòng điện tức thời qua nhánh 1:

$i_1 = 15,55\sqrt{2}\sin(\omega t - 45^o)$ (A)

Từ (2) ta có: Dòng điện tức thời qua nhánh 2:

$i_2 = 22\sqrt{2}\sin(\omega t + 53^o10')$ (A)

Từ (3) ta có:Dòng điện tức thời chạy trong mạch chính: $i = 25,08\sqrt{2}\sin(\omega t + 15^o28')$ (A)

3. Tính P, Q, S, cos φ toàn mạch

Ta có công suất phức bằng tích của điện áp phức nhân với dòng điện liên hợp phức (vì góc lệch pha $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$):

$\tilde{S} = \dot{U}\hat{I} = 220\angle 0^o.25,08\angle -15^o28' =$

$= 5518\angle -15^o28' = 5323 - j1454 = P + jQ$

Suy ra:

S = 5518 (VA)

P = Re{ $\tilde{S}$ }= 5323 (W)

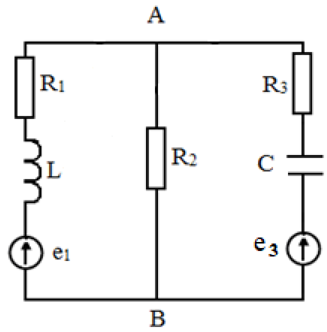
Q = Im{ $\tilde{S}$ } = -1454 (Var)

Từ công thức:

$$P = UI\cos\varphi \Rightarrow \cos\varphi = \frac{P}{UI} = \frac{5323}{220.25,08} = 0,965$$

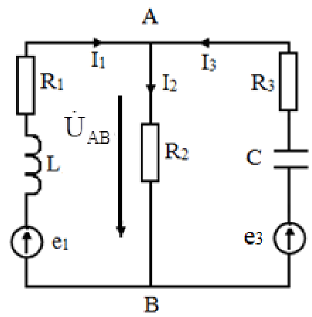
Ví dụ 7:

Cho mạch điện như hình vẽ (Hình 7). Biết $e_1 = 50\sqrt{2}\sin(\omega t + 45^o)(V)$; $e_3 = 50\sqrt{2}\sin(\omega t - 135^o)(V)$, $R_1 = R_2 = 8\Omega$, $R_3 = 3,125\Omega$, $\omega L = \frac{1}{\omega C} = 6\Omega$. Tính dòng điện trong các nhánh.



(Hình 7)

Hướng dẫn



(Hình 8)

Áp dụng phương pháp điện áp hai nút, ta có:

Giả sử chiều dòng điện trong các nhánh và và điện áp hai nút $\dot{U}_{AB}$ như hình vẽ (Hình 8).

$$\text{Ta có: } \dot{U}_{AB} = \frac{\sum \dot{E}\bar{Y}}{\sum \bar{Y}} = \frac{\dot{E}_1\bar{Y}_1 + \dot{E}_3\bar{Y}_3}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3}$$

Trong đó:

$$\bar{Y}_1 = \frac{1}{\bar{Z}_1} = \frac{1}{8 + j6} = (0,08 - j0,06)\ (\Omega)$$

$$\bar{Y}_2 = \frac{1}{\bar{Z}_2} = \frac{1}{8 - j6} = (0,08 + j0,06)\ (\Omega)$$

$$\bar{Y}_3 = \frac{1}{R_3} = \frac{1}{3,125} = 0,325\ (\Omega)$$

Thay số ta được: $\dot{U}_{AB} = (8,83 - j8,83)V$

Áp dụng định luật Ohm ta tính được các dòng điện nhánh:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}_1 - \dot{U}_{AB}}{\bar{Z}_1} = (4,78 + j1,95)A \Rightarrow I_1 = 5,16A$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_2 - \dot{U}_{AB}}{\bar{Z}_2} = (-1,95 - j4,78)A \Rightarrow I_3 = 5,16A$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{AB}}{\bar{Z}_3} = (2,83 - j2,83)A \Rightarrow I_3 = 4A$$

Chú ý: Bài toán này cũng có thể giải bằng các cách sau: Dùng giản đồ Fresnel, áp dụng phương pháp số phức, phương pháp dòng điện nhánh, phương pháp dòng điện vòng…để giải.

III. KẾT LUẬN

Như vậy, bằng việc áp dụng phương pháp số phức để giải các bài toán về dòng điện xoay chiều chúng tôi nhận thấy: phương pháp này không chỉ áp dụng được đối với các bài toán đơn giản mà còn hiệu quả đối với các bài toán phức tạp, bài toán về mạch điện mắc song song. Ngoài ra, việc tính toán cũng rất thuận tiện, HS chỉ cần tính toán giải tích bằng máy tính bỏ túi mà không cần quan tâm quá nhiều đến việc phân tích mạch cũng như vận dụng các kiến thức liên quan để giải.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Hướng dẫn điều chỉnh nội dung giảng dạy vật lý THCS và THPT từ năm học 2020 - 2021*, (Văn bản đính kèm của công văn số 3280 của Bộ Giáo Dục và Đào Tạo ngày 27-8-2020).

[2] Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2017, *Đề thi THPT Quốc gia 2017 môn thi thành phần Vật lí*.

[3] Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018, *Đề thi THPT Quốc gia 2018 môn thi thành phần Vật lí*.

[4] Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2019, *Đề thi THPT Quốc gia 2019 môn thi thành phần Vật lí*.

[5] Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2020, *Đề thi THPT Quốc gia 2020 môn thi thành phần Vật lí*.

[6] Đặng Văn Đào - Lê Văn Doanh, 2007, *Kỹ thuật điện*, NXB KHKT.

[7] Lương Duyên Bình, 2008, *Vật lí 12*, NXB Giáo dục.

USING COMPLEX NUMBER METHOD TO SOLVE SOME ALTERNATING CURRENT PROBLEMS

Nguyen Thanh Lam

Tay Bac University

Abstract: *The article focuses on the use of complex numbers to solve some alternating current problems. In addition, some matters on circuits R, L, C connected in parallel which are not presented in the high school Physics program are also mentioned.*

Keywords: *Complex number, alternating current, series circuit, parallel circuit*

Ngày nhận bài: 19/03/2021. Ngày nhận đăng: 28/04/2021.

Liên lạc: Nguyễn Thanh Lâm, e - mail: nguyenthanhlam@utb.edu.vn