TẠP CHÍ KHOA HỌC
Khoa học Tự nhiên và Công nghệ
*Nguyễn Văn Phú* (2022)
(26): 43 - 47

# BẤT ĐẲNG THỨC TÍCH PHÂN CỦA CÁC HÀM LỚP $F_m(\Omega)$

**Nguyễn Văn Phú**
*Trường Đại học Điện lực*

**Tóm tắt.** *Trong bài báo này, chúng tôi chứng minh một bất đẳng thức mở rộng của Cegrell từ lớp hàm $\mathcal{F}(\Omega)$ tới lớp hàm $F_m(\Omega)$. Cụ thể, chúng tôi chứng minh rằng nếu các hàm $u_1,...u_m \in F_m(\Omega)$ thì ta có* $\int\limits_{\Omega} H_m(u_1,...,u_m) \le \left[\int\limits_{\Omega} H_m(u_1)\right]...\left[\int\limits_{\Omega} H_m(u_m)\right]$.

**Từ khóa:** *Hàm đa điều hòa dưới, hàm m- điều hòa dưới, toán tử Monge- Ampere phức, toán tử Hessian phức, lớp hàm $\mathcal{F}(\Omega)$, lớp hàm $F_m(\Omega)$.*

## 1. GIỚI THIỆU

Hàm đa điều hòa dưới và toán tử Monge – Ampere phức $(dd^c.)^n$ đóng vai trò trung tâm trong lý thuyết đa thế vị. E. Bedford và B. Taylor trong [1], [2] đã chỉ ra sự tồn tại của toán tử Monge- Ampere trên lớp các hàm đa điều hoà dưới bị chặn địa phương. Tiếp đó,

$$\int\limits_{\Omega} dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_n \le [\int\limits_{\Omega} (dd^c u_1)^n]^{\frac{1}{n}} \cdots [\int\limits_{\Omega} (dd^c u_n)^n]^{\frac{1}{n}}.$$

Bất đẳng thức trên là một công cụ đánh giá rất hữu ích trong các bài toán về sự hội tụ theo dung lượng của toán tử Monge – Ampere phức. Và sự hội tụ theo dung lượng của toán tử Monge – Ampere phức là một kĩ thuật quan trọng được sử dụng trong một số bài toán giải phương trình Monge – Ampere phức.

Gần đây, trong [4], Z. Blocki đã giới thiệu lớp các hàm m- điều hòa dưới là mở rộng của hàm đa điều hòa dưới và toán tử m-Hessian phức $H_m(.) = (dd^c.)^m \wedge \beta^{n-m}$ là mở rộng của toán tử Monge – Ampere phức. Tiếp theo trong [5], LH. Chinh giới thiệu các lớp hàm m- điều hòa dưới không bị chặn địa phương mà toán tử m-Hessian phức vẫn xác định. Đó là các lớp trong [3], U. Cegrell mở rộng đến các lớp hàm không bị chặn đia phương mà trên đó toán tử Monge-Ampere vẫn xác định. Cũng trong [3], U. Cegrell đã đưa ra một bất đẳng thức tích phân của các hàm thuộc lớp $\mathcal{F}(\Omega)$ trong Hệ quả 5.6 như sau: Nếu $u_1,..., u_n \in F(\Omega)$ thì chúng ta có:

hàm $E_m(\Omega)$ và $F_m(\Omega)$. Từ đó đặt ra các bài toán về sự hội tụ theo m- dung lượng của toán tử m- Hessian phức và bài toán giải phương trình m- Hessian phức. Trong các bài toán về sự hội tụ theo m- dung lượng của toán tử m-Hessian phức cần sử dụng các đánh giá tích phân tương tự như trong các bài toán về sự hội tụ theo dung lượng của toán tử Monge – Ampere phức. Do đó, trong bài báo này, chúng tôi mở rộng Hệ quả 5.6 trong [3] từ các hàm thuộc lớp $\mathcal{F}(\Omega)$ tới các hàm thuộc lớp $F_m(\Omega)$. Kết quả đạt được là Mệnh đề 3.2 : *Nếu các hàm $u_1,...,u_m \in F_m(\Omega)$ thì chúng ta có:*

$$\int\limits_{\Omega} dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_m \wedge \beta^{n-m} \le [\int\limits_{\Omega} (dd^c u_1)^m \wedge \beta^{n-m}]^{\frac{1}{m}} \cdots [\int\limits_{\Omega} (dd^c u_m)^m \wedge \beta^{n-m}]^{\frac{1}{m}}$$

.

Bài báo được bố cục như sau: Trong mục 2, chúng tôi nhắc lại về lớp hàm đa điều hòa dưới được đưa ra bởi U. Cegrell và các hàm m- điều hòa dưới được đưa ra bởi Z. Blocki , LH. Chinh. Trong mục 3, chúng tôi trình bày kết quả chính của bài báo.

## 2. MỘT SỐ KHÁI NIỆM

Trước tiên, chúng tôi nhắc lại khái niệm hàm đa điều hòa dưới được giới thiệu bởi U. Cegrell trong [3] như sau.

**Định nghĩa 2.1.** Với $\Omega$ là miền siêu lồi trong $\square^n$, chúng ta định nghĩa

$$\mathcal{E}_0(\Omega)=\left\{\varphi\in PSH^-(\Omega)\cap L^\infty(\Omega):\lim_{z\to\partial\Omega}\varphi(z)=0,\int_\Omega\left(dd^c\varphi\right)^n<\infty\right\}.$$

$$\mathcal{F}(\Omega)=\left\{\varphi\in PSH(\Omega):\exists\varphi_j\in\mathcal{E}_0(\Omega),\varphi_j\downarrow\varphi\ \textit{trên}\ \Omega\ \textit{sao cho}\ \sup_j\int\left(dd^c\varphi_j\right)^n<\infty\right\}$$

Tiếp theo, chúng tôi nhắc lại khái niệm hàm m- điều hòa dưới được giới thiệu bởi Z. Blocki trong [4] và LH. Chinh trong [5]. Với mỗi $1\le m\le n$, chúng ta định nghĩa

$\hat{\Gamma}_m=\{\eta\in□_{(1,1)}:\eta\wedge\beta^{n-1}\ge 0,\dots,\eta^m\wedge\beta^{n-m}\ge 0\}$,

1với $□_{(1,1)}$ là kí hiệu của không gian các (1,1) dạng với hệ số hằng.

**Định nghĩa 2.2.** Hàm điều hòa dưới $u$ trên tập con mở $\Omega\in□^n$ được gọi là hàm m- điều hòa dưới nếu với mọi $\eta_1,\dots,\eta_{m-1}\in\hat{\Gamma}_m$ ta có bất đẳng thức sau theo nghĩa dòng

$$dd^cu\wedge\eta_1\wedge\dots\wedge\eta_{m-1}\wedge\beta^{n-m}\ge 0.$$

Tập tất cả các hàm m- điều hòa dưới trên $\Omega$ kí hiệu là $SH_m(\Omega)$ và tập tất cả các hàm m- điều hòa dưới âm trên $\Omega$ kí hiệu là $SH_m^-(\Omega)$.

Nếu $u$ là hàm trơn đến cấp 2 trên $\Omega$ thì theo Mệnh đề 3.1 trong [4] chúng ta có $u$ là hàm m- điều hòa dưới khi và chỉ khi $(dd^cu)^k\wedge\beta^{n-k}\ge 0$ với mọi $k=1,\dots,\ m$.

**Định nghĩa 2.3.** Nếu $u_1,\dots,u_p\in SH_m(\Omega)\cap L^\infty_{loc}(\Omega)$ thì toán tử Hessian phức $H_m(u_1,\dots,u_p)$ được định nghĩa như sau

$$H_m(u_1,\dots,u_p)=dd^cu_p\wedge\dots\wedge dd^cu_1\wedge\beta^{n-m}=dd^c(u_pdd^cu_{p-1}\wedge\dots\wedge dd^cu_1\wedge\beta^{n-m})$$

.

Trong [4], Z. Blocki đã chứng minh rằng $H_m(u_1,\dots,u_p)$ là một dòng dương đóng song bậc $(n-m+p,n-m+p)$ và liên tục dưới dãy giảm các hàm m- điều hòa dưới bị chặn địa phương.

Khi $u_1=u_2=\dots=u_m=u\in SH_m(\Omega)\cap L^\infty_{loc}(\Omega)$ thì độ đo Borel $H_m(u)=(dd^cu)^m\wedge\beta^{n-m}$ được xác định và gọi là toán tử m- Hessian phức của hàm $u$.

Dưới đây là các lớp hàm m- điều hòa dưới không nhất thiết bị chặn địa phương mà toán tử m- Hesian phức vẫn xác định được giới thiệu trong [5].

**Định nghĩa 2.4.** Với $\Omega$ là miền m- siêu lồi bị chặn trong $□^n$, chúng ta định nghĩa

$$\mathrm{E}_m^0=\mathrm{E}_m^0(\Omega)=\{u\in SH_m^-(\Omega)\cap L^\infty(\Omega):\lim_{z\to\partial\Omega}u(z)=0,\int_\Omega H_m(u)<\infty\},$$

$$\mathrm{F}_m=\mathrm{F}_m(\Omega)=\left\{u\in SH_m^-(\Omega):\exists\mathrm{E}_m^0\ å\ u_j\ □\ u,\sup_j\int_\Omega H_m(u_j)<\infty\right\}.$$

Tiếp theo, chúng ta nhắc lại Định lý 3.14 trong [5] được sử dụng trong chứng minh định lý chính của bài báo.

**Định lý 2.5.** Nếu $u^1,\dots,u^m\in\mathrm{F}_m(\Omega)$ và $\mathrm{E}_m^0(\Omega)\ å\ (u_j^k)\ □\ u^k$ với mọi $k=1,\dots,m$ thì dãy độ đo

$dd^cu_j^1\wedge dd^cu_j^2\wedge\dots\wedge dd^cu_j^m\wedge\beta^{n-m}$ hội tụ yếu đến độ đo Radon $\mu$ không phụ thuộc vào việc chọn các dãy $(u_j^k)$ và chúng ta kí hiệu $\mu=dd^cu^1\wedge dd^cu^2\wedge\dots\wedge dd^cu^m\wedge\beta^{n-m}$.

## 3. Mở rộng bất đẳng thức của Cegrell từ lớp $\mathcal{F}(\Omega)$ đến lớp $\mathrm{F}_m(\Omega)$

Trong mục này, sử dụng các kĩ thuật tương tự của U. Cegrell trong [3] kết hợp với các kết quả trong bài báo [5], chúng ta chứng minh kết quả chính của bài báo là phiên bản mở rộng của Hệ quả 5.6 trong [3] từ lớp $\mathcal{F}(\Omega)$ đến lớp $\mathrm{F}_m(\Omega)$.

Trước tiên, chúng ta chứng minh một bổ đề tương tự như bổ đề 5.4 trong [3] mở rộng từ lớp hàm $\mathrm{E}_0(\Omega)$ đến lớp hàm $\mathrm{E}_0^m(\Omega)$.

**Bổ đề 3.1.** *Nếu các hàm* $u_1, u_2 \in \mathcal{E}_m^0(\Omega)$, $1 \le p, q < m$ *và* $T = -hT_1$ *với* $h, g_1, ..., g_{m-p-q} \in \mathcal{E}_m^0(\Omega)$, $T_1 = dd^c g_1 \wedge ... \wedge dd^c g_{m-p-q} \wedge \beta^{n-m}$ *thì chúng ta có*

$$\int_\Omega (dd^c u_1)^p \wedge (dd^c u_2)^q \wedge T \le \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q} \wedge T\Big]^{\frac{p}{p+q}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge T\Big]^{\frac{q}{p+q}}. \quad (1)$$

**Chứng minh.** Chúng ta sẽ chứng minh bất đẳng thức trên bằng phương pháp quy nạp.
Chúng ta sẽ chứng minh bất đẳng thức đúng với $p = q = 1$.
Thật vậy, ta có

$$\int_\Omega dd^c u_1 \wedge dd^c u_2 \wedge T = \int_\Omega -h dd^c u_1 \wedge dd^c u_2 \wedge T_1 = \int_\Omega -u_1 dd^c u_2 \wedge dd^c h \wedge T_1 = \int_\Omega du_1 \wedge d^c u_2 \wedge dd^c h \wedge T_1$$

$$\le \Big[\int_\Omega du_1 \wedge d^c u_1 \wedge dd^c h \wedge T_1\Big]^{\frac{1}{2}} \Big[\int_\Omega du_2 \wedge d^c u_2 \wedge dd^c h \wedge T_1\Big]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \Big[\int_\Omega -u_1 dd^c u_1 \wedge dd^c h \wedge T_1\Big]^{\frac{1}{2}} \Big[\int_\Omega -u_2 dd^c u_2 \wedge dd^c h \wedge T_1\Big]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \Big[\int_\Omega -h(dd^c u_1)^2 \wedge T_1\Big]^{\frac{1}{2}} \Big[\int_\Omega -h(dd^c u_2)^2 \wedge T_1\Big]^{\frac{1}{2}} = \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^2 \wedge T\Big]^{\frac{1}{2}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^2 \wedge T\Big]^{\frac{1}{2}}.$$

Tiếp theo, chúng ta giả sử rằng bất đẳng thức đã đúng đến $p + q \le \ell$, chúng ta cần chứng minh rằng bất đẳng thức sẽ đúng với $p + q \le \ell + 1$.

Trước tiên, chúng ta chứng minh bất đẳng thức sau

$$\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T \le \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+q}{p+q+1}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{1}{p+q+1}} \quad (2)$$

Sử dụng giả thiết quy nạp, xem toán tử $T' = dd^c u_2 \wedge T$ đóng vai trò như toán tử $T$ trong bất đẳng thức (1), chúng ta có

$$\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T = \int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q-1} \wedge dd^c u_1 \wedge dd^c u_2 \wedge T$$

$$\le \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_2 \wedge T\Big]^{\frac{p+q-1}{p+q}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q} \wedge dd^c u_2 \wedge T\Big]^{\frac{1}{p+q}}$$

$$= \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+q-1}{p+q}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q} \wedge dd^c u_2 \wedge T\Big]^{\frac{1}{p+q}}. \quad (3)$$

Lặp lại quá trình chứng minh công thức (3), đổi vai trò của $u_1$ và $u_2$ chúng ta có

$$\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q} \wedge dd^c u_2 \wedge T \le \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+q-1}{p+q}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T\Big]^{\frac{1}{p+q}}.$$

Thay vào công thức (3) chúng ta có

$$\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T$$

$$\le \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+q-1}{p+q}} \left[\Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+q-1}{p+q}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T\Big]^{\frac{1}{p+q}}\right]^{\frac{1}{p+q}}.$$

Từ đó, chúng ta có

$$\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T \le \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+q}{p+q+1}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{1}{p+q+1}}$$ và bất đẳng thức (2) được chứng minh.

Sử dụng giả thiết quy nạp, xem toán tử $\overline{T} = dd^c u_1 \wedge T$ đóng vai trò như toán tử $T$ trong bất đẳng thức (1) và bất đẳng thức (2), chúng ta có

$$\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+1} \wedge (dd^c u_2)^q \wedge T = \int_\Omega (dd^c u_1)^p \wedge (dd^c u_2)^q \wedge dd^c u_1 \wedge T$$

$$\le \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T\Big]^{\frac{p}{p+q}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T\Big]^{\frac{q}{p+q}}$$

$$\le \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p}{p+q}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q} \wedge dd^c u_1 \wedge T\Big]^{\frac{q}{p+q}}$$

$$\le \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p}{p+q}}$$

$$\times \left[ \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+q}{p+q+1}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{1}{p+q+1}} \right]^{\frac{q}{p+q}}$$

$$= \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{p+1}{p+q+1}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^{p+q+1} \wedge T\Big]^{\frac{q}{p+q+1}}.$$

Do đó, Bổ đề 3.1 được chứng minh.

Dưới đây là kết quả chính của bài báo.

**Mệnh đề 3.2.** *Nếu các hàm* $u_1, ..., u_m \in \mathcal{F}_m(\Omega)$ *thì chúng ta có*

$$\int_\Omega dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_m \wedge \beta^{n-m} \le \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^m \wedge \beta^{n-m}\Big]^{\frac{1}{m}} \cdots \Big[\int_\Omega (dd^c u_m)^m \wedge \beta^{n-m}\Big]^{\frac{1}{m}}.$$

**Chứng minh.** Từ Định nghĩa của lớp $\mathcal{F}_m(\Omega)$ và Định lý 2.5, chúng ta chỉ cần chứng minh Mệnh đề cho trường hợp các hàm $u_1, ..., u_m \in \mathcal{E}_m^0(\Omega)$.

Chúng ta sẽ chứng minh Mệnh đề 3.2 bằng phương pháp quy nạp.

Từ Bổ đề 3.1 chúng ta có

$$\int_\Omega dd^c u_1 \wedge (dd^c u_2)^{m-1} \wedge \beta^{n-m} \le \Big[\int_\Omega (dd^c u_1)^m \wedge \beta^{n-m}\Big]^{\frac{1}{m}} \Big[\int_\Omega (dd^c u_2)^m \wedge \beta^{n-m}\Big]^{\frac{m-1}{m}}.$$

Do đó, Mệnh đề 3.2 đúng khi $u_2 = u_3 = ... = u_m = u$.

Giả sử rằng Mệnh đề 3.2 đúng khi $u_{k+1} = u_{k+2} = ... = u_m = u$. Khi đó, chúng ta có

$$\int_\Omega dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_k \wedge (dd^c u)^{m-k} \wedge \beta^{n-m} \le \Big[\int_\Omega H_m(u_1)\Big]^{\frac{1}{m}} \cdots \Big[\int_\Omega H_m(u_k)\Big]^{\frac{1}{m}} \Big[\int_\Omega H_m(u)\Big]^{\frac{m-k}{m}}$$ Chúng ta cần chứng minh Mệnh đề 3.2 cũng đúng khi $u_{k+2} = u_{k+3} = ... = u_m = u$. Tức là chúng ta cần chứng minh bất đẳng thức sau

$$\int_\Omega dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_k \wedge dd^c u_{k+1} \wedge (dd^c u)^{m-i-1} \wedge \beta^{n-m} \le \Big[\int_\Omega H_m(u_1)\Big]^{\frac{1}{m}} \cdots \Big[\int_\Omega H_m(u_{k+1})\Big]^{\frac{1}{m}} \Big[\int_\Omega H_m(u)\Big]^{\frac{m-k-1}{m}}$$ .Thật vậy, áp dụng Bổ đề 3.1 với toán tử $T = dd^c u_1 \wedge ... dd^c u_k \wedge \beta^{n-m}$ và giả thiết quy nạp, chúng ta có

$$\int_\Omega dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_k \wedge dd^c u_{k+1} \wedge (dd^c u)^{m-k-1} \wedge \beta^{n-m}$$

$$= \int_\Omega dd^c u_{k+1} \wedge (dd^c u)^{m-k-1} \wedge dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_k \wedge \beta^{n-m}$$

$$\leq \left[ (dd^c u_{k+1})^{m-k} \wedge dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_k \wedge \beta^{n-m} \right]^{\frac{1}{m-k}} \times \left[ (dd^c u)^{m-k} \wedge dd^c u_1 \wedge \cdots \wedge dd^c u_k \wedge \beta^{n-m} \right]^{\frac{m-k-1}{m-k}}$$

$$\leq [\int_\Omega H_m(u_1)]^{\frac{1}{m}\frac{1}{m-k}} \cdots [\int_\Omega H_m(u_k)]^{\frac{1}{m}\frac{1}{m-k}} [\int_\Omega H_m(u_{k+1})]^{\frac{m-k}{m}\frac{1}{m-k}}$$

$$\times [\int_\Omega H_m(u_1)]^{\frac{1}{m}\frac{m-k-1}{m-k}} \cdots [\int_\Omega H_m(u_k)]^{\frac{1}{m}\frac{m-k-1}{m-k}} [\int_\Omega H_m(u)]^{\frac{m-k}{m}\frac{m-k-1}{m-k}}$$

$$= [\int_\Omega H_m(u_1)]^{\frac{1}{m}} \cdots [\int_\Omega H_m(u_{k+1})]^{\frac{1}{m}} [\int_\Omega H_m(u)]^{\frac{m-k-1}{m}} .$$

Mệnh đề được chứng minh.

**TÀI LIỆU THAM KHẢO**


[1] E. Bedford and B. A.Taylor, A new capacity for plurisubharmonic functions, Acta Math, 149 (1982), no. 1-2, 1-40.

[2] U. Cegrell, Pluricomplex energy, Acta Math, 180 (1998), 187-217.

[3] U. Cegrell, The general definition of the complex Monge-Ampere operator, Ann. Inst. Fourier (Grenoble), 54 (2004), 159-179.

[4] Z. Blocki, Weak solutions to the complex Hessian equation, Ann. Ins.t Fourier (Grenoble), 55 (2005), 1735-1756.

[5] LH. Chinh, A variational Approach to complex Hessian equations in $\mathbb{C}^n$, J. Math. Anal. Appl, 431 (2015), no. 1, 228-259.


## AN INTEGRAL INEQUALITY FOR CLASS OF FUNCTIONS IN $F_m(\Omega)$


**Nguyen Van Phu**

*Electric Power University*



***Abstract.*** *In this article, we prove an extensive inequality of Cegrell from class of functions in* $\mathcal{F}(\Omega)$ *to class of functions in* $F_m(\Omega)$. *More precisely, we prove that if* $u_1,...u_m \in F_m(\Omega)$ *then* $\int_\Omega H_m(u_1,...,u_m) \leq \left[\int_\Omega H_m(u_1)\right] ... \left[\int_\Omega H_m(u_m)\right]$.



***Key words and phrases:*** *Plurisubharmonic functions, m-subharmonic function, the complex Monge-Ampere operator, the complex Hessian operator, class of functions in* $\mathcal{F}(\Omega)$, *class of functions in* $F_m(\Omega)$.

Ngày nhận bài: 11/04/2021. Ngày nhận đăng: 24/12/2021.



Liên lạc: Nguyễn Văn Phú, e - mail: phunv@epu.edu.vn